EXPOCUBE

Régionale POITOU-CHARENTES

APMEP, IREM, 40 avenue du Recteur Pineau, 86022 POITIERS CEDEX

Tél 05.49.45.38.77 - Fax 05.49.45.40.50 - Mél : apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr

Compte 90157648111 Crédit Agricole, agence de Poitiers-Gambetta

EXPOCUBE

« Il ne faut pas mépriser …les jeux de cubes. »
Alain

Cette exposition sur le thème du cube n'est pas nouvelle. Une exposition semblable avait déjà circulé dans l'académie de Poitiers il y a une vingtaine d'années ? Elle avait été alors le fruit d'un gros travail du groupe jeux de notre régionale de l'APMEP. Elle dormait depuis ce temps dans une armoire de l'IREM de Poitiers. Les membres actuels de la régionale ont pensé qu'il serait dommage que la nouvelle génération ne puisse pas aussi en profiter. Il a bien sûr fallu lui redonner un coup de jeune, la relooker comme on dit maintenant, apporter des éléments nouveaux et la revoilà toute pimpante ! Le livret d'accompagnement de l'époque est encore largement d'actualité. Un complément à ce livret devrait voir le jour à la rentrée 2005.

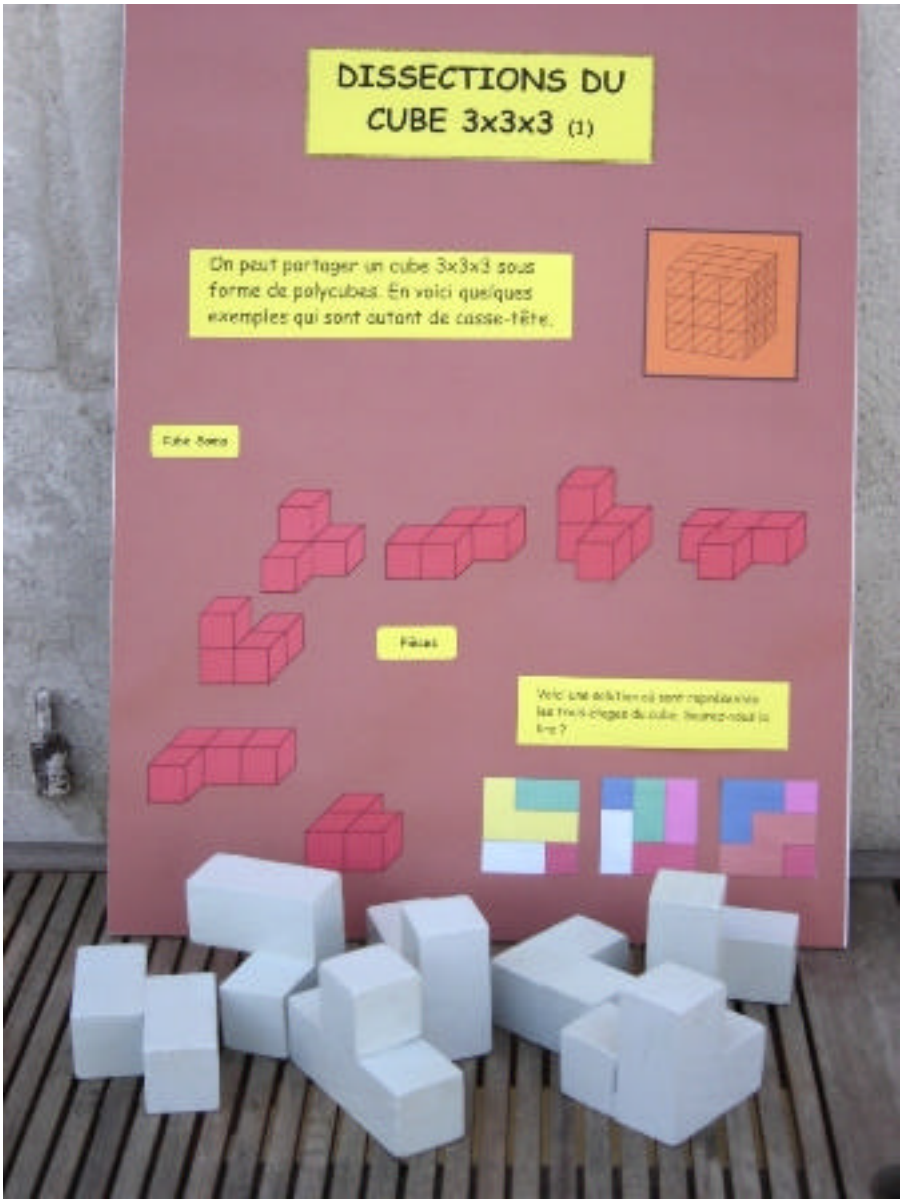
Et surtout n'ayez pas peur de vous amuser !

LE CAHIER D'EXPOCUBE

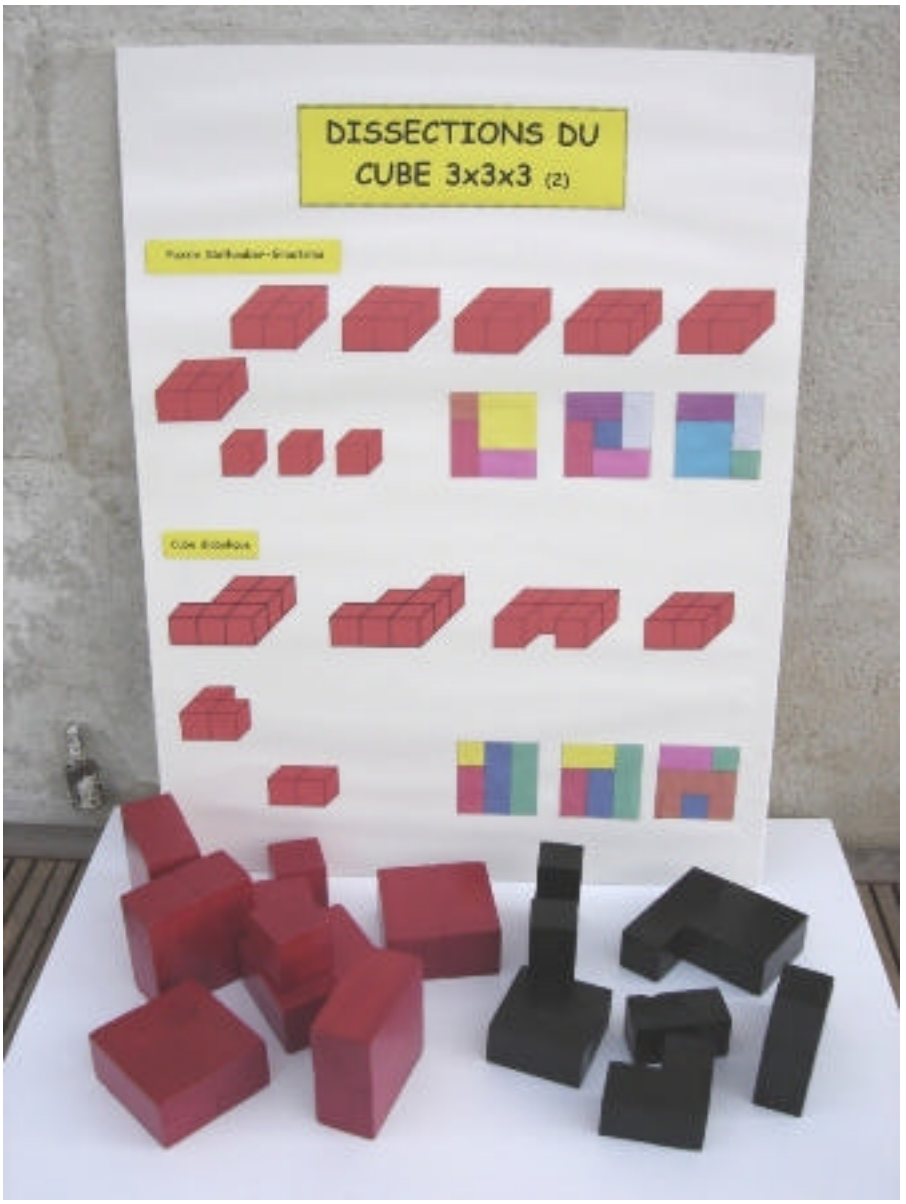
- **Une fiche de présentation de l'exposition.**

- **Les 12 premières fiches présentent des clichés de chacun des panneaux avec le matériel correspondant.**

- **Les fiches suivantes, qui présentent un à un les autres objets avec leur mode d'emploi, sont à déposer à côté du matériel correspondant.**

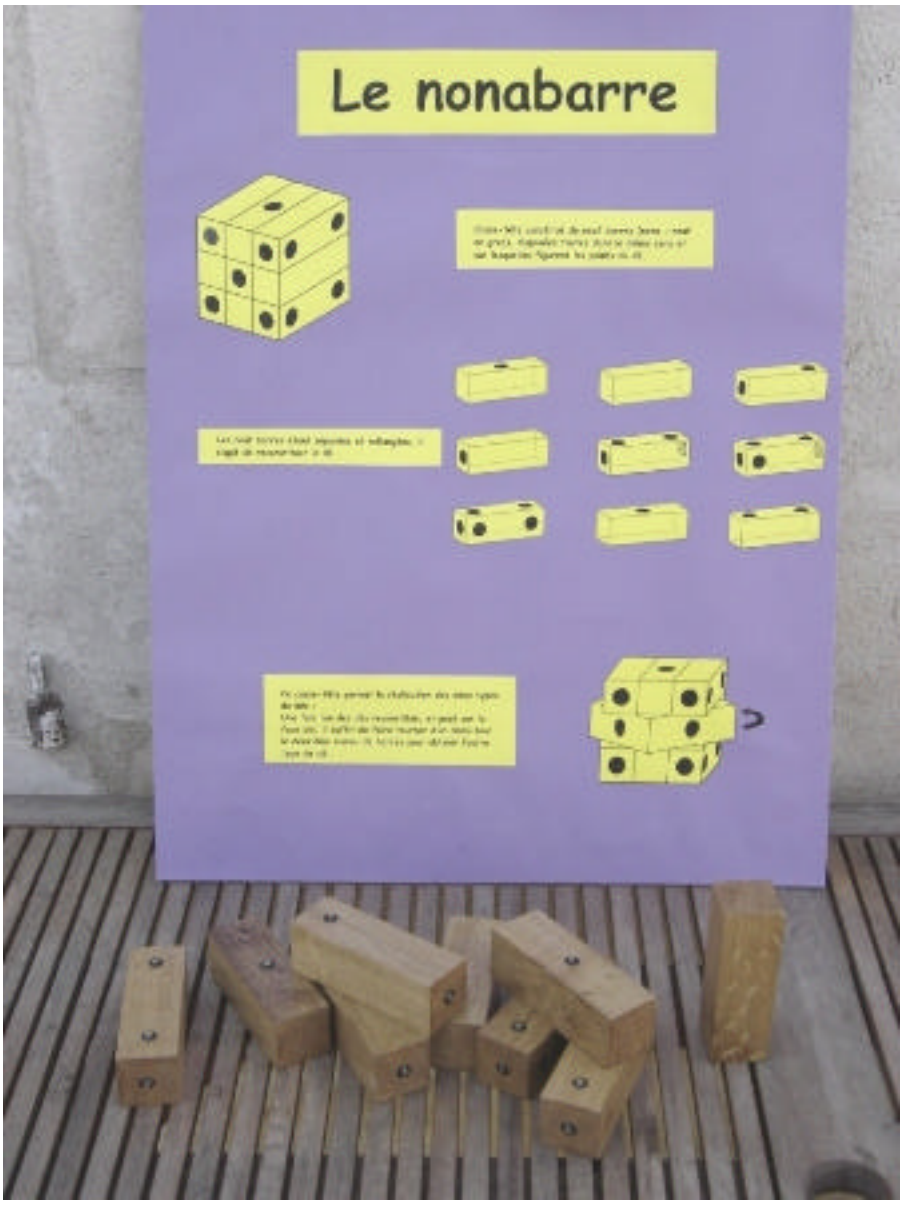

DISSECTIONS DU CUBE 3x3x3 (1)
On peut partager un cube 3x3x3 sous forme de polycubes. En voici quelques exemples qui sont autant de casse-tête.

Le cube soma



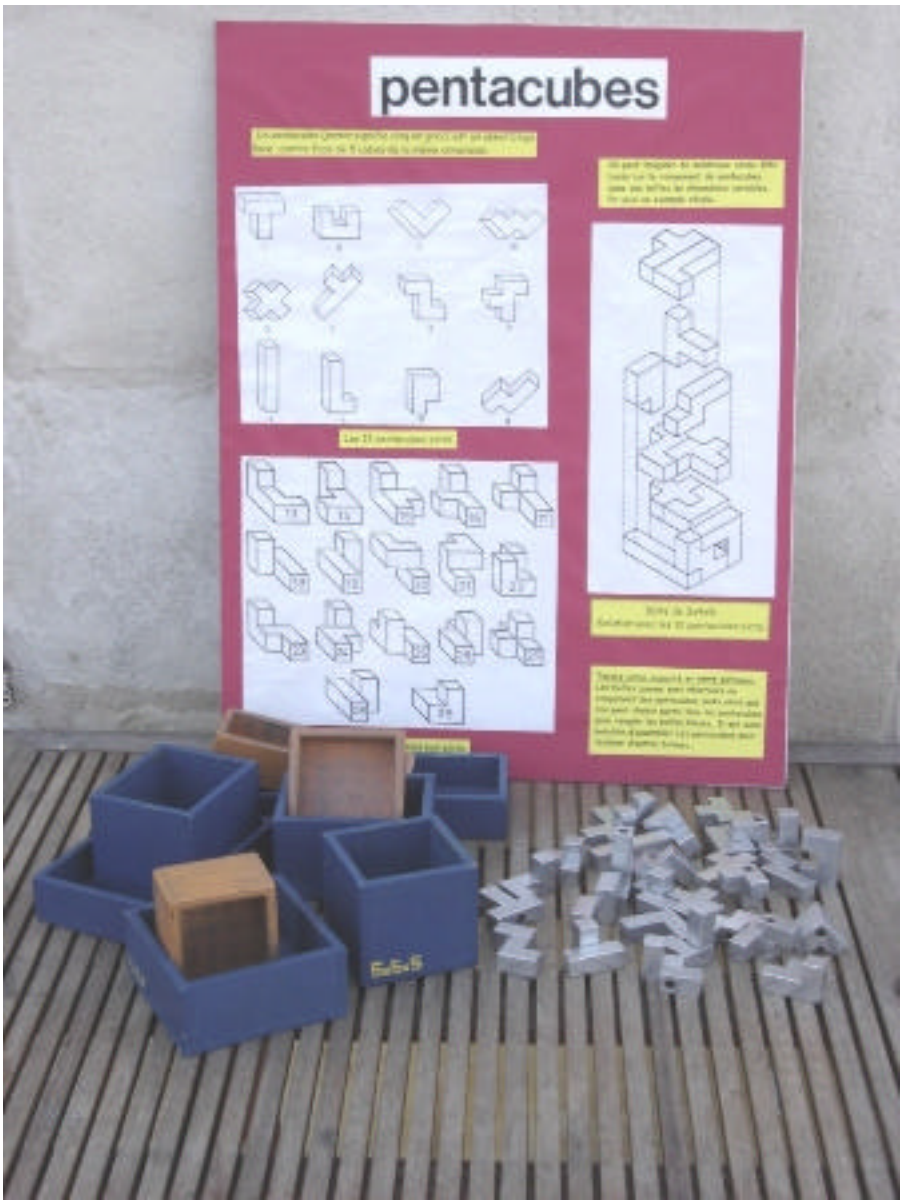
Cube diabolique – Cube Slothouber-Graatsma

Half hour puzzle de Coffin – Cube Steinhaus – Cube de Gribonval



Il s'agit d'assembler ces 9 pièces pour reconstituer un dé

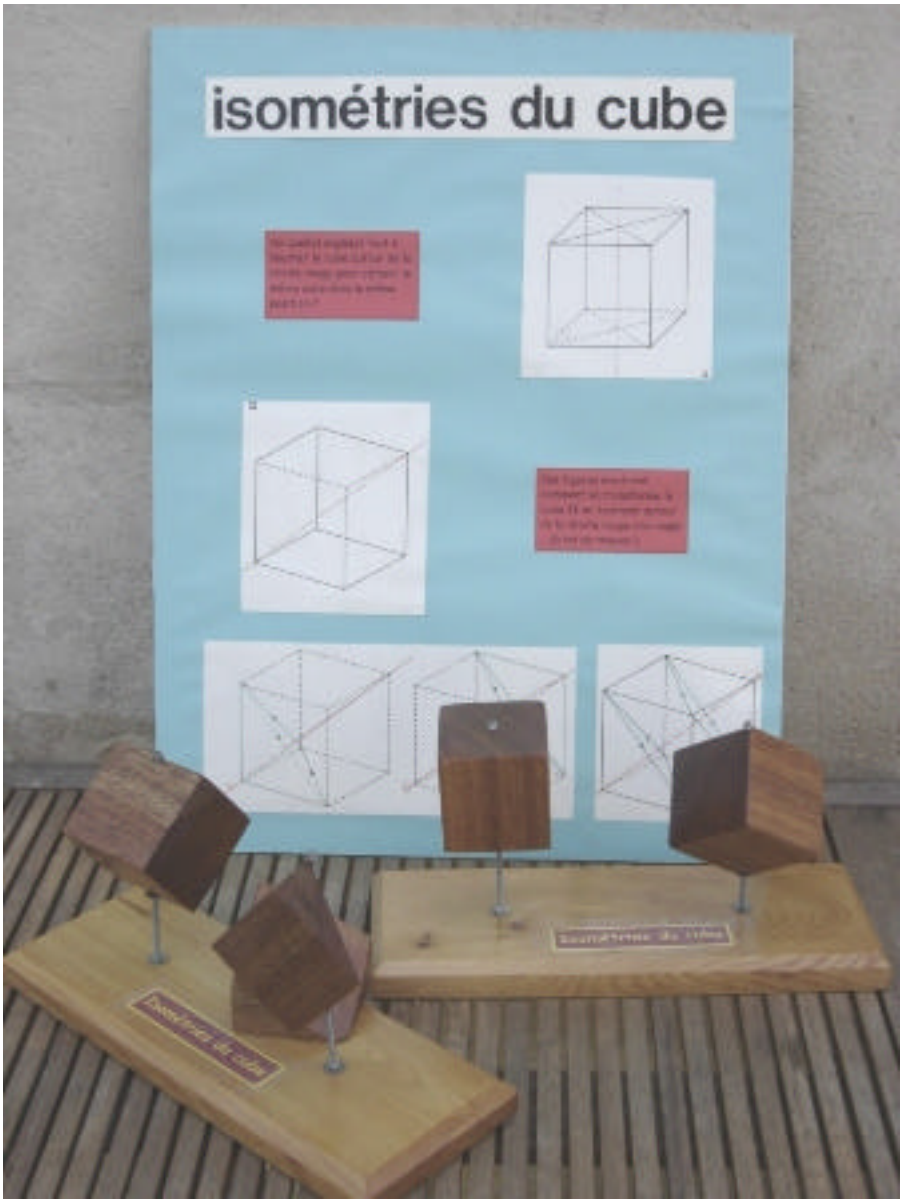
Il s'agit d'assembler ces 8 cubes pour ne former que des lignes continues sur le grand cube.

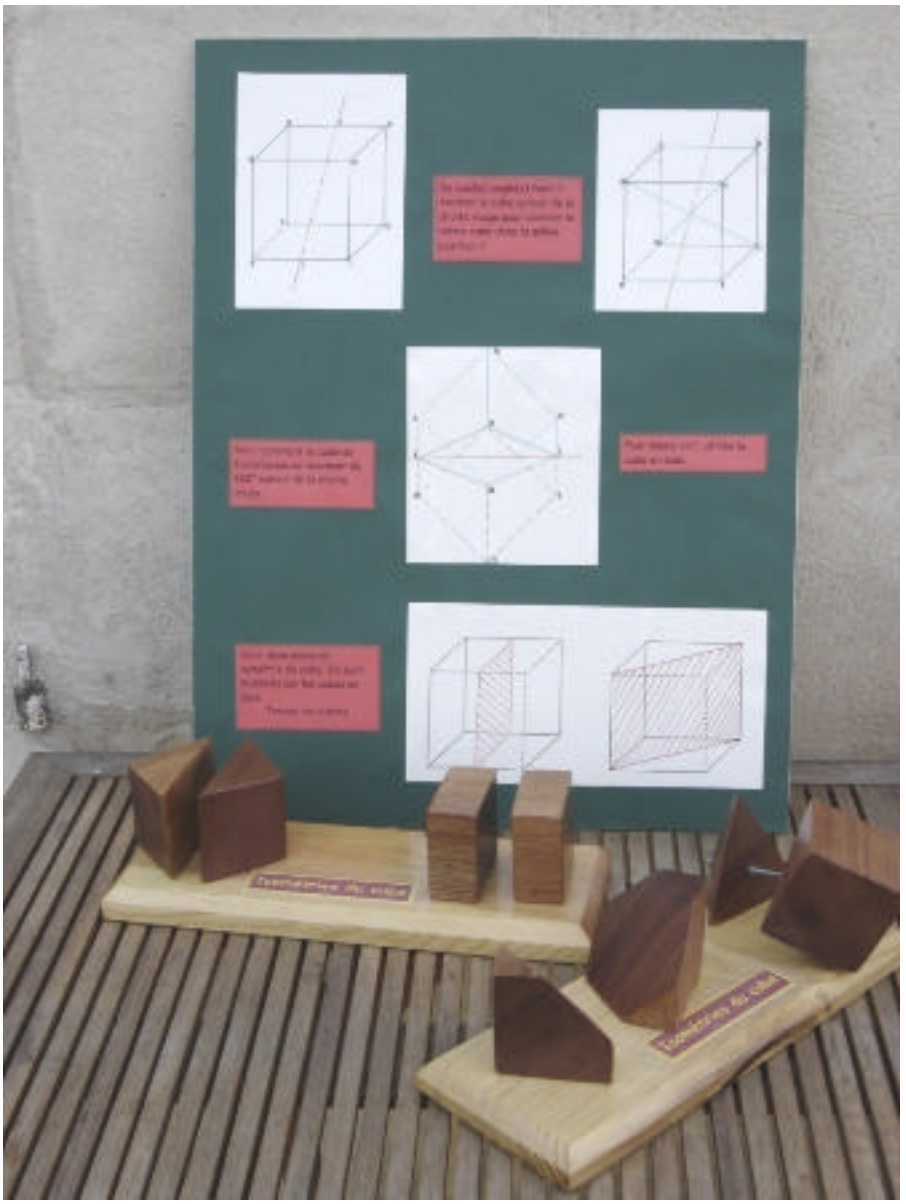


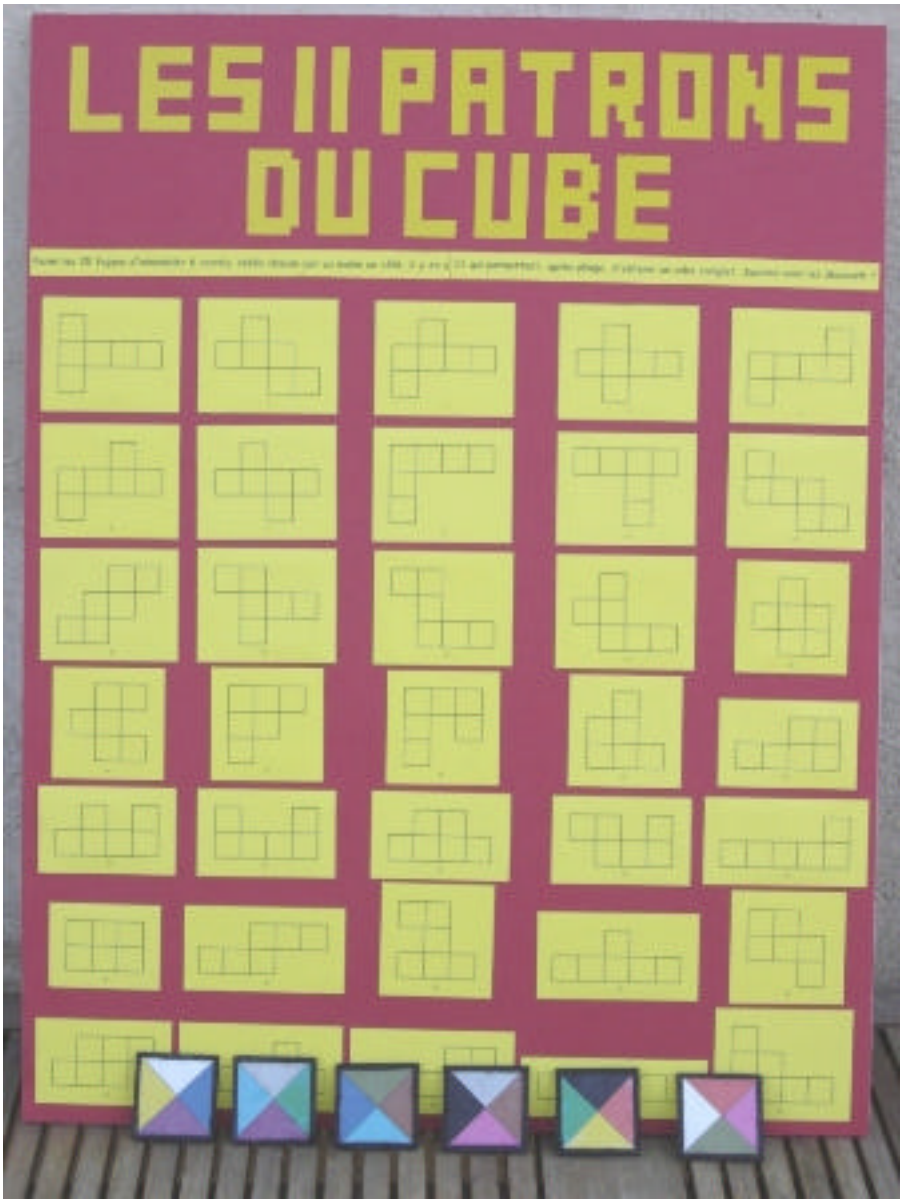
Il faut remplir diverses boîtes avec des pentacubes.

8 cubes en folies : assembler ces 8 cubes pour former un plus grand cube présentant une seule couleur par face.

Cubes en folie : empiler ces cubes pour former une tour où chaque face présente 4 couleurs différentes.


isométries du cube





Retrouver les 11 patrons du cube parmi les 35 hexaminos. Aide : 6 carrés à assembler en respectant les couleurs redonnent tous ces patrons.

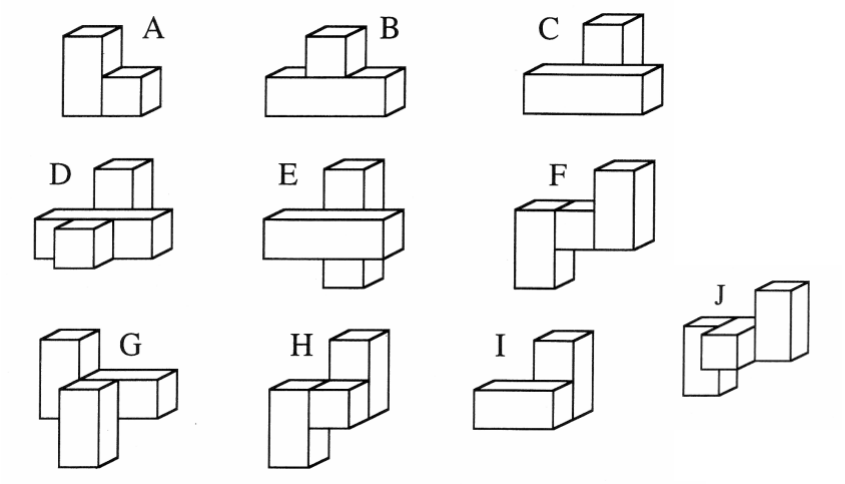
Le cube du prince Rupert : le cube rouge de volume plus grand que le jaune le traverse pourtant.

DU PAVE AU CUBE
A partir de ces quatre pièces, il est possible de réaliser un cube ou un pavé droit.
Mais aussi les deux figures ci-dessous.

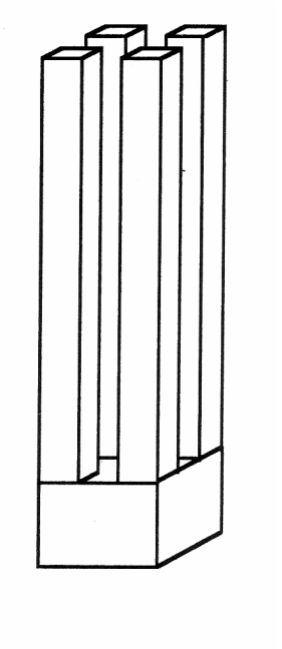
En assemblant ces pièces de 2 façons différentes on obtient un pavé ou un cube.

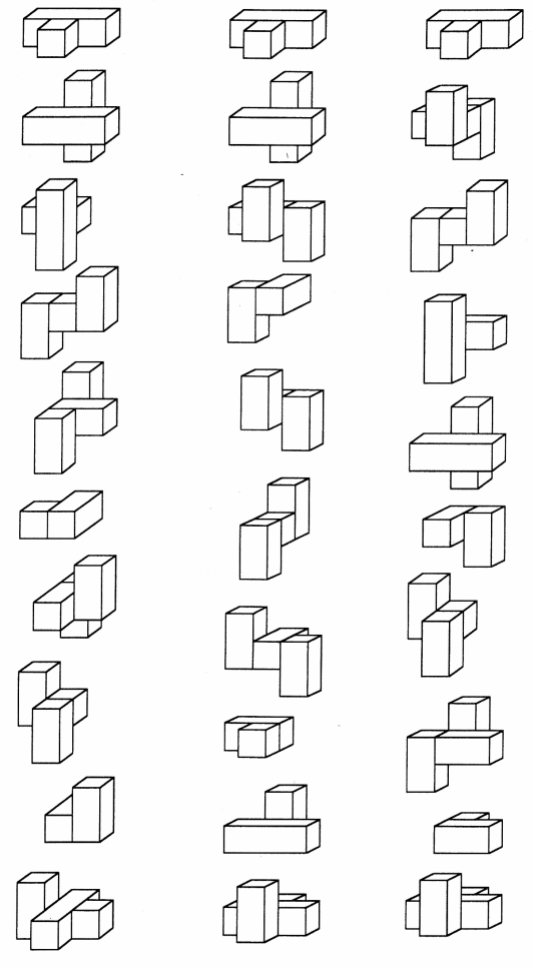
LA TOUR INFERNALE

Ce casse-tête consiste à empiler les dix pièces ci-dessous entre les quatre montants verticaux de la tour sans laisser de vides et sans déborder.



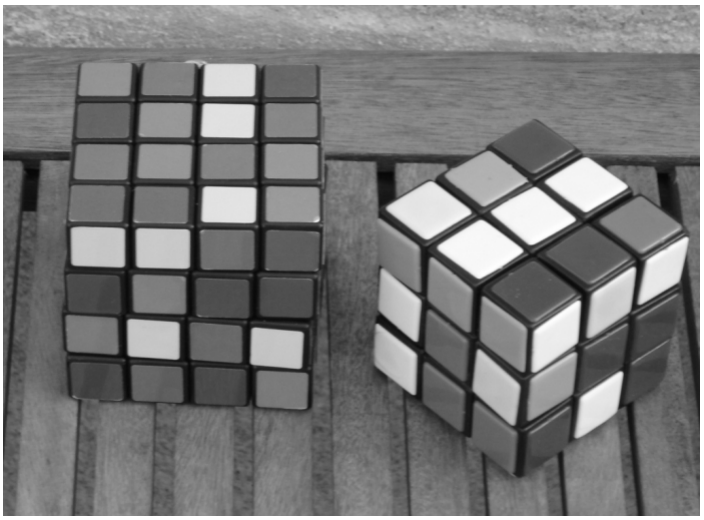
Trois solutions :

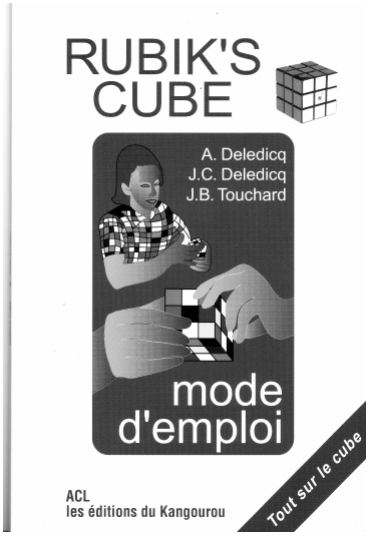


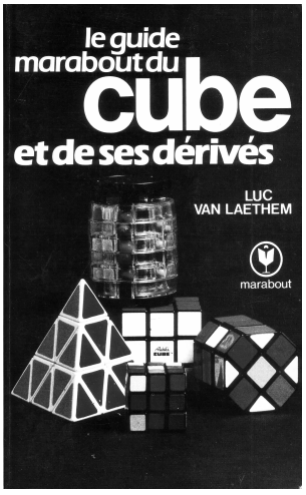


LE RUBIK'S CUBE

Voici le célèbre rubik's cube inventé par le hongrois Ernö Rubik en 1975. Il s'agit de reconstituer le cube afin que chaque face soit d'une seule couleur. Les seuls mouvements possibles sont des rotations de faces comme on peut s'en rendre compte en le manipulant. Le plus connu est un cube 3x3x3 mais il existe aussi une version 4x4x4 qui fonctionne selon le même principe.
Essayez déjà de réaliser une face d'une seule couleur. Pour aller plus loin deux livres et un CD sont à votre disposition.



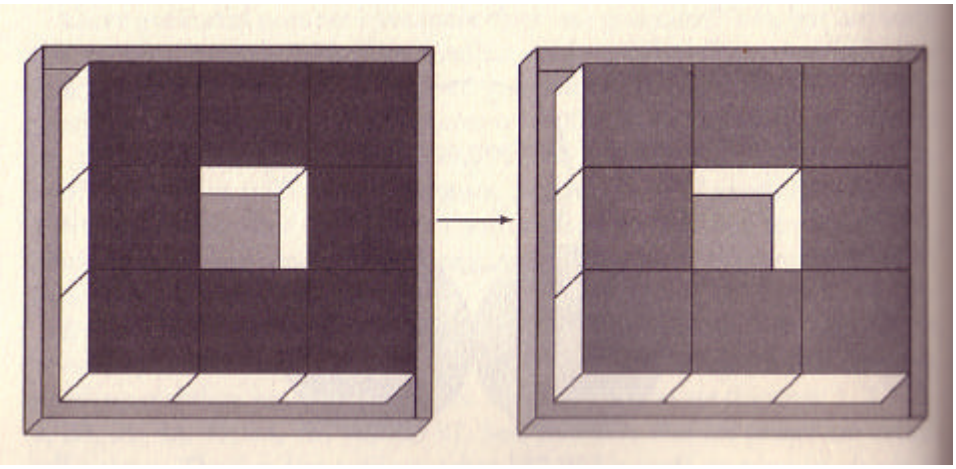




Pour l'expo à Mendes-France la réalisation par le visiteur d'une face unicolore est suffisante.

LES ROLLING CUBES

La règle du jeu de ce casse-tête est donnée sur le plateau lui-même et la solution se trouve au dos de celui-ci.



<u>Variante</u> : On peut se donner un objectif moins ambitieux que d'inverser la couleur des 24 faces apparentes de cet anneau de cubes. Il n'est déjà pas évident d'inverser la couleur des 8 faces supérieures de cet anneau…
D'autres défis peuvent être imaginés comme l'alternance des couleurs sur une partie ou la totalité des faces apparentes de l'anneau de cubes.

Pour l'expo à Mendes, la variante proposée est suffisante.

VOLUME D'UNE PYRAMIDE

Il est possible de partager un cube en trois pyramides à base carrée, toutes identiques. Le volume de chacune d'elles vaut donc le tiers de celui du cube. On retrouve bien le résultat classique :

$$\text{Volume de la pyramide} = \frac{1}{3}\,\text{aire de la base} \times \text{hauteur de la pyramide}$$

Ici la hauteur de la pyramide représente l'arête du cube et la base est un carré dont le côté vaut aussi l'arête du cube.

LE CUBE PUISSANCE 4

Il s'agit d'une version cubique du célèbre jeu Puissance 4. Le premier joueur est tiré au hasard puis chacun joue à son tour en plaçant un de ses pions à la surface de ce cube rogné aux arêtes. Le but du jeu est d'aligner 4 pions à sa couleur tout en empêchant l'adversaire d'y parvenir.

le cube Puissance 4

Pour aligner vos pions en 3 D !

© 2000 Hasbro International Inc. Tous droits réservés.
Distribué en France par Hasbro France S.A.,
Savoie Technolac, 73378 Le Bourget-du-Lac Cedex.
Distribué en Belgique par S.A. Hasbro N.V., 't Hofveld 6 D, 1702 Groot-Bijgaarden.
Distribué en Suisse par Hasbro Schweiz AG, Alte Bremgartenstrasse 2, CH-8638 Bariton.

Contenu

Le cube Puissance 4, 14 pions jaunes, 14 pions rouges, 1 lanière de transport.

Lorsque vous jouez pour la première fois...

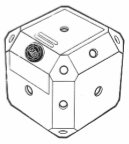
Sortez tous les pions de la boîte.

But du jeu

Etre le premier à réaliser une ligne de quatre pions dans sa couleur, en trois dimensions !

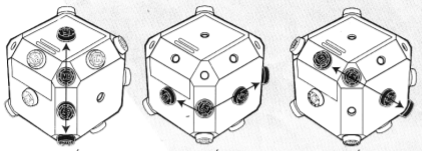
Préparation

1. Choisissez votre couleur de jetons et le joueur qui commence la partie.
2. Si vous êtes le premier joueur, placez votre pion dans le trou comme indiqué (voir illustration).
3. Votre adversaire joue alors et peut placer un pion n'importe où sur le cube.
4. A tour de rôle, placez vos pions.

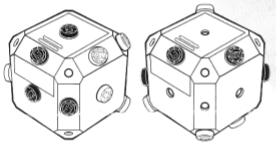


Le gagnant

Le premier joueur qui aligne quatre pions dans sa couleur gagne la partie. Vos lignes de pions peuvent être horizontales, verticales ou en diagonale, à condition bien sûr qu'elles soient toujours continues.



GAGNÉ ! GAGNÉ ! GAGNÉ !

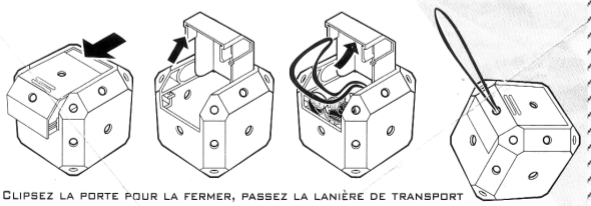


NON VALABLE NON VALABLE

Lorsqu'un des joueurs a gagné, retirez tous les pions du cube et refaites une nouvelle partie !

Rangement

Lorsque vous avez fini de jouer, ouvrez la porte du Cube, passez la lanière de transport dans le trou, et rangez vos pions dans le compartiment.



Clipsez la porte pour la fermer, passez la lanière de transport à votre poignet et emportez votre Cube Puissance 4 où vous voulez.

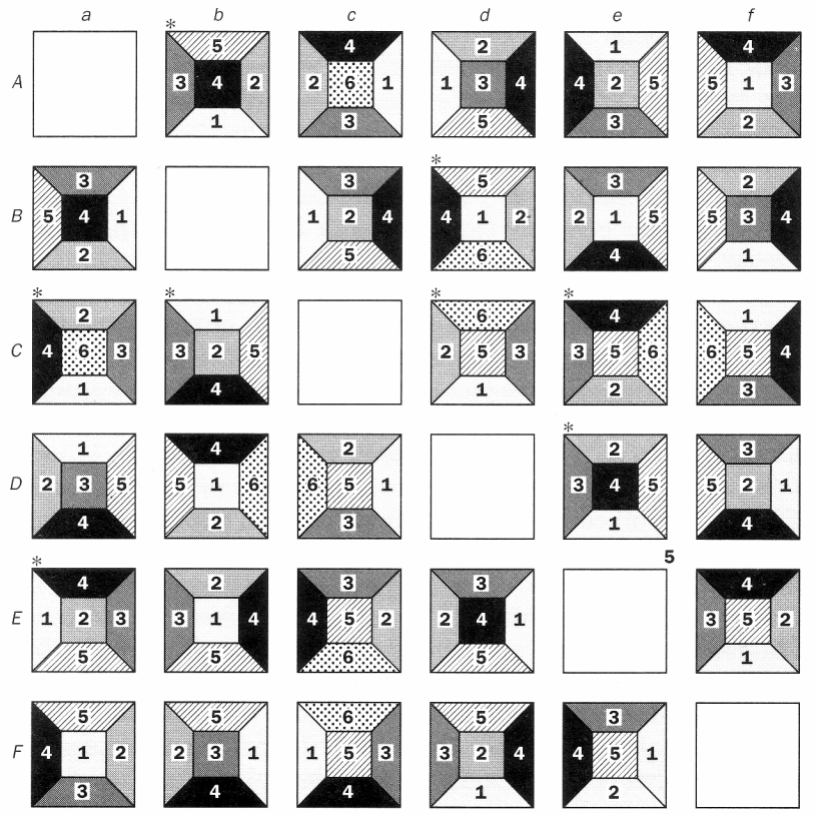
0500**40813**101

Il y a 14 pions jaunes et 14 pions rouges rangés à l'intérieur du cube. Pour les sortir il faut faire glisser puis pivoter la plaque visible sur l'une des faces.

LES CUBES DE MAC MAHON

Ce casse-tête est trop difficile pour de petits élèves.

Le mathématicien britannique Alexander Mac Mahon (1864 ; 1929) examina le problème suivant : si l'on colorie les 6 faces du cube avec 6 couleurs distinctes, combien de cubes différents peut-on obtenir ? Un petit raisonnement lui permit d'aboutir à 30 cubes (sauriez-vous retrouver ce nombre ?). A partir de là, il imagina des arrangements intéressants avec ce jeu de cubes. Une présentation utile de ces cubes (imaginée par le mathématicien J.H.Conway) peut se faire en les plaçant dans un tableau carré 6x6 et en les nommant par les deux lettres correspondant à la ligne et à la colonne qu'ils occupent. La sixième face non visible peut facilement se deviner. Ce tableau présente de nombreuses propriétés.



bleu = 1 ; vert = 2 ; blanc = 3 ; rouge = 4 ; orange = 5 ; jaune = 6

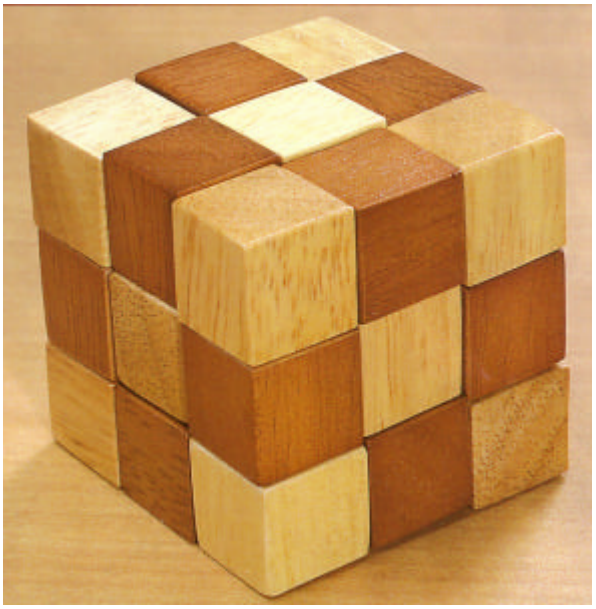
Casse-tête n°1 : Choisir un des 30 cubes. Il s'agit alors de trouver 8 cubes parmi les 29 restants pour former un cube 2x2x2 qui soit un agrandissement du cube choisi. De plus les faces accolées par paire à l'intérieur du grand cube doivent être de la même couleur.

Casse-tête n°2 : A l'aide des cubes Ba, Ca, Da, Ea, Fb, Fc, Fd, Fe il s'agit de former un cube 2x2x2 dont les faces sont unicolores et font apparaître les 6 couleurs. De plus les faces accolées par paire à l'intérieur du cube sont de la même couleur.

Casse-tête n°3 : A l'aide des cubes Ca, Ea, Ab, Cb, Bd, Cd, Ce, De (marqués d'une astérisque dans le tableau) il s'agit de former un cube 2x2x2 dont les faces sont unicolores et font apparaître les 6 couleurs.

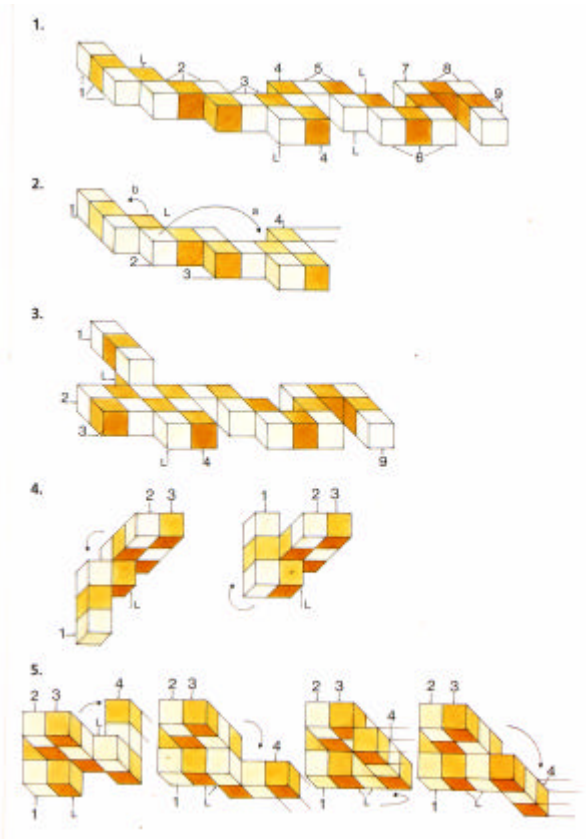
Casse-tête n°4 : Il faut trouver 6 cubes que l'on va empiler pour former une tour 1x1x6. Sur chacune des 4 faces apparaissent les 6 couleurs, toutes les paires de faces accolées ainsi que les deux bases sont de la même couleur et les 6 couleurs sont représentées dans les 6 paires.

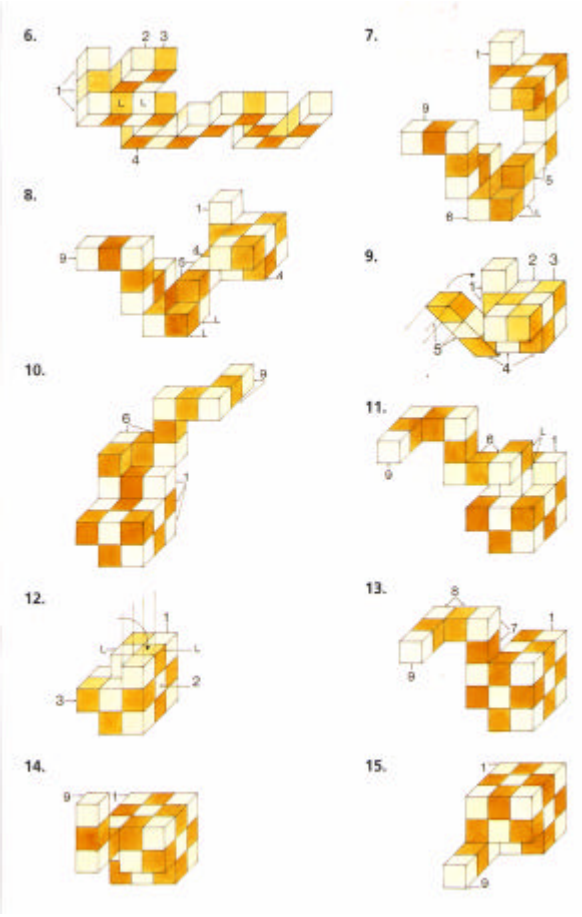
ELASTICUBE



Les petits cubes sont reliés entre eux par un élastique. Il s'agit de reconstituer un plus grand cube.

La solution





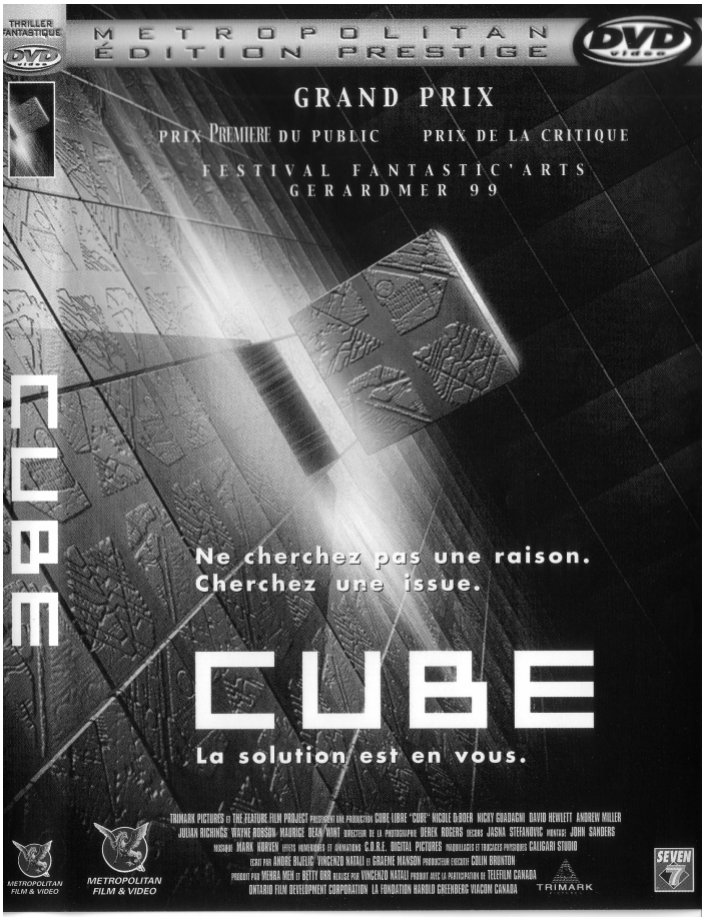
LES CUBES DATEURS

Il est possible de donner la date à l'aide de ces six cubes tricolores jusqu'au 12 décembre 2032. Les cubes bleus sont réservés aux jours, les cubes blancs aux mois et les cubes rouges aux années.

CUBE. LE FILM.

Inutile pour l'expo à mendes.

Six personnes se retrouvent à leur réveil enfermées dans une prison étrange, des cubes métalliques assemblés les uns aux autres mais dont certains passages recèlent des pièges mortels. La sortie est proche mais le chemin, pour y parvenir, terriblement dangereux…

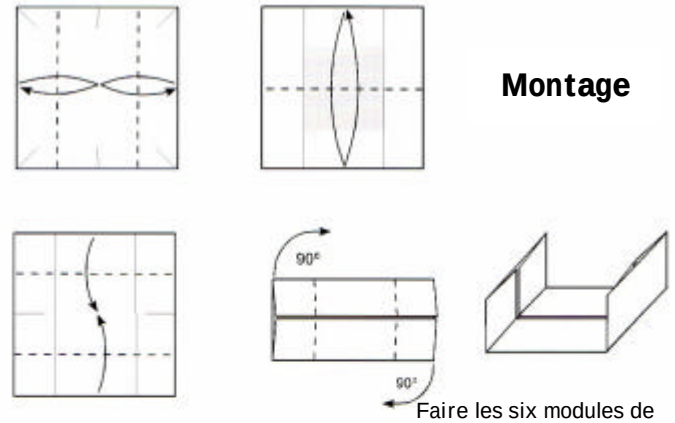


Film interdit au moins de 12 ans.

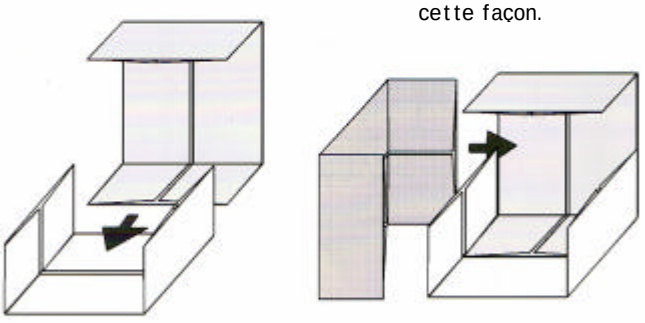
CUBE MODULAIRE

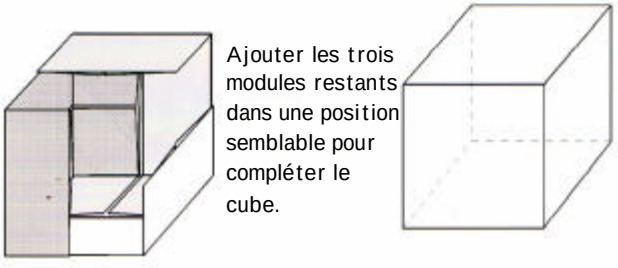
Il est possible de former un cube en assemblant six modules identiques sans utiliser ni attache, ni colle. Chaque module peut être obtenu par pliage d'un carré de papier selon le montage présenté ci-dessous. Avant de vous lancer dans les découpages et les pliages, essayez donc d'obtenir un cube avec les six modules tricolores en plexiglas qui sont devant vous.

Montage

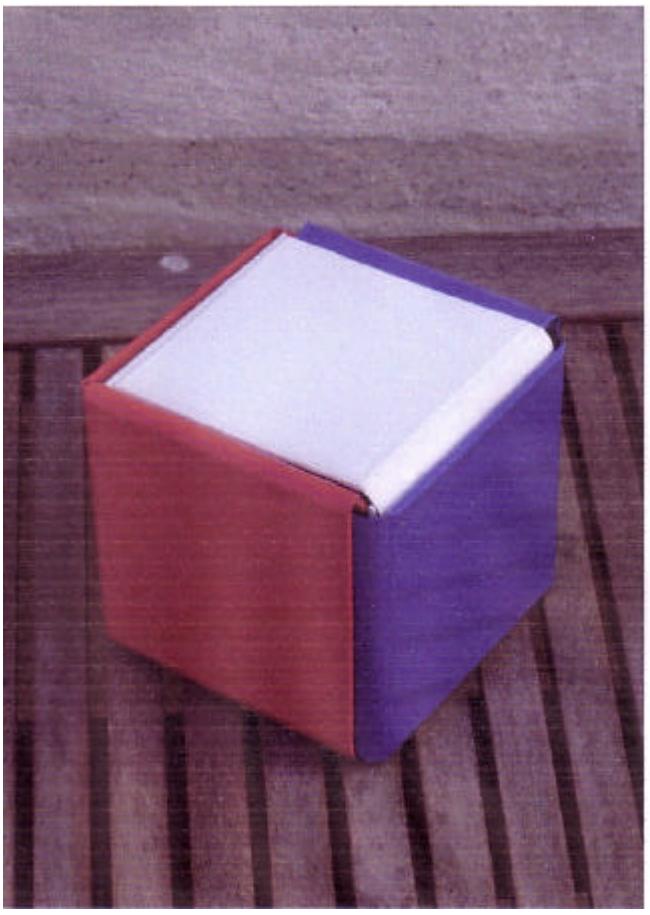


Faire les six modules de cette façon.





Ajouter les trois modules restants dans une position semblable pour compléter le cube.



LE CUBE MAGNETIQUE

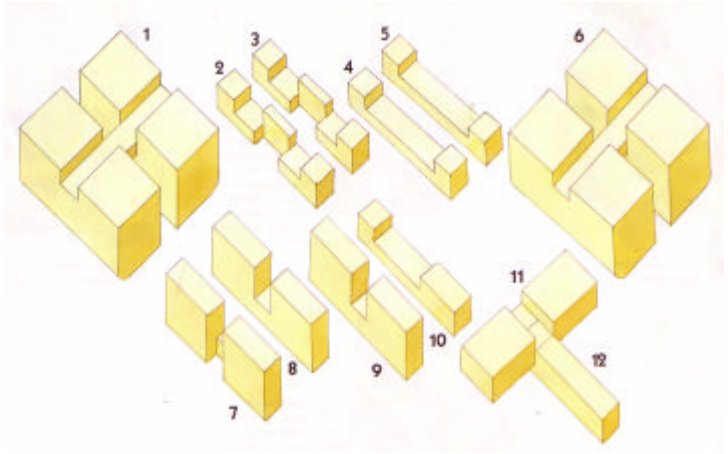
Ce casse-tête est composé de 24 tétraèdres identiques aimantés. Chaque pièce possède 4 couleurs : jaune, orange, bleu et rouge. Il s'agit de former un cube sans que deux faces de la même couleur soient accolées. De plus à la surface du cube deux couleurs identiques ne doivent pas avoir de côté en commun.

La solution consiste à former six pyramides à base carrée en respectant la contrainte des couleurs puis à les disposer selon le patron d'un cube et à replier le tout pour former le cube (il faudra veiller à ce que la contrainte des couleurs soit encore respectée à ce moment là).

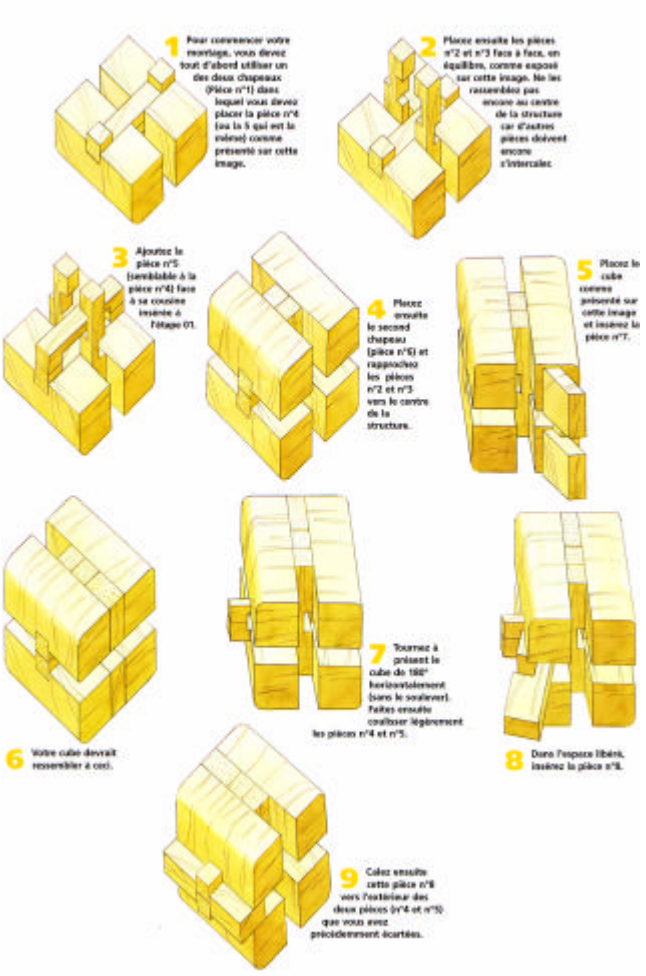
<u>Variantes</u> : Il est aussi possible de créer des figures selon votre imagination, animaux, constructions …

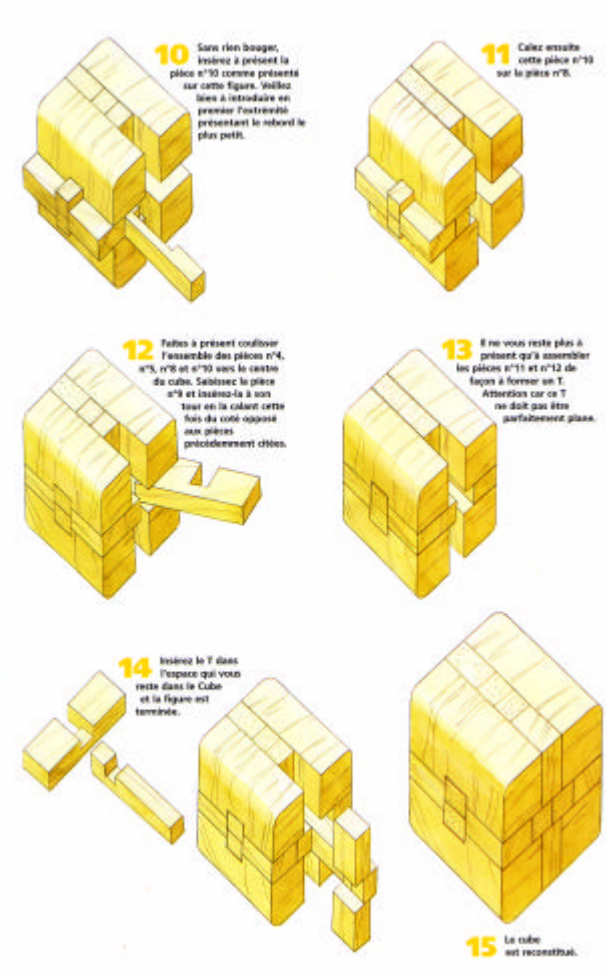
CUBE INFERNAL

Trop difficile pour de petits élèves.



La solution


1 Pour commencer votre montage, vous devez tout d'abord utiliser un des deux chapeaux (Pièce n°1) dans lequel vous devez placer la pièce n°4 (ou la 5 qui est la même) comme présenté sur cette image.
2 Placez ensuite les pièces n°2 et n°3 face à face, en équilibre, comme exposé sur cette image. Ne les rassemblez pas encore au centre de la structure car d'autres pièces doivent encore s'intercaler.
3 Ajoutez la pièce n°5 (semblable à la pièce n°4) face à sa cousine insérée à l'étape 01.
4 Placez ensuite le second chapeau (pièce n°6) et rapprochez les pièces n°2 et n°3 vers le centre de la structure.
5 Placez le cube comme présenté sur cette image et insérez la pièce n°7.
6 Votre cube devrait ressembler à ceci.
7 Tournez à présent le cube de 180° horizontalement (sans le soulever). Faites ensuite coulisser légèrement les pièces n°4 et n°5.
8 Dans l'espace libéré, insérez la pièce n°8.
9 Calez ensuite cette pièce n°8 vers l'extérieur des deux pièces (n°4 et n°5) que vous avez précédemment écartées.


10 Sans rien bouger, insérez à présent la pièce n°10 comme présenté sur cette figure. Veillez bien à introduire en premier l'extrémité présentant le rebord le plus petit.
11 Calez ensuite cette pièce n°10 sur la pièce n°8.
12 Faites à présent coulisser l'ensemble des pièces n°4, n°5, n°8 et n°10 vers le centre du cube. Saisissez la pièce n°9 et insérez-la à son tour en la calant cette fois du côté opposé aux pièces précédemment citées.
13 Il ne vous reste plus à présent qu'à assembler les pièces n°11 et n°12 de façon à former un T. Attention car ce T ne doit pas être parfaitement plane.
14 Insérez le T dans l'espace qui vous reste dans le Cube et la figure est terminée.
15 Le cube est reconstitué.

LE PUZZLE DE CARDAN

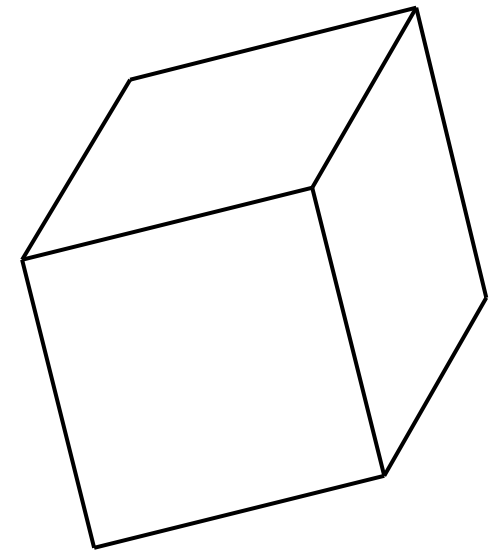
Intéressant comme première dissection du cube. La formule ne présente pas d'intérêt pour les petits élèves.

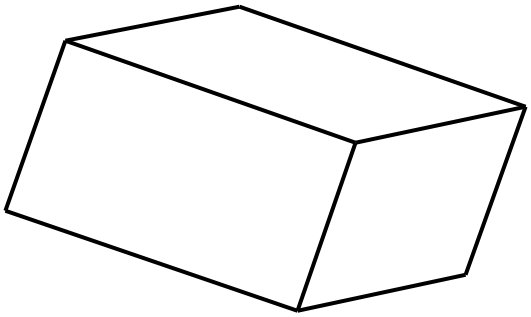
L'identité remarquable :

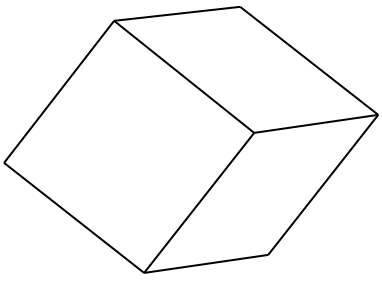
Girolamo Cardano, 1501-1576

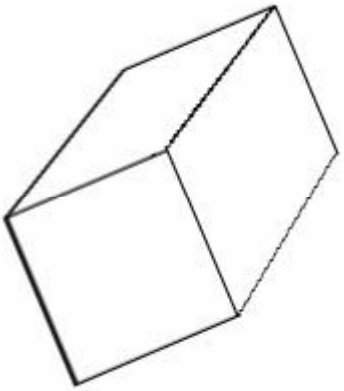
$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

peut être visualisée grâce au découpage en 8 morceaux d'un cube d'arête a + b. Il y a quatre sortes de pièces, de volumes respectifs a x a x a ; a x a x b ; a x b x b ; b x b x b. A vous de les assembler pour former un cube.









QUELQUES JOLIS OBJETS

Solide composé de cinq cubes identiques qui s'interpénètrent et qui a toutes les symétries de l'icosaèdre.

Stella octangula de Kepler inscrite dans un cube.

Les deux sortent de dés images l'un de l'autre dans un miroir. Le dé de droite est le dé occidental : les faces 1, 2, 3 apparaissent autour de leur sommet commun dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Le dé de gauche est utilisé en Chine.

QUELQUES OBJETS ETONNANTS

On peut faire tourner continûment cet anneau de six cubes.

Ces huit cubes articulés permettent d'obtenir 6 figures différentes.

Nœud de trèfle à gauche constitué uniquement de petits cubes. Un minimum de 24 cubes est nécessaire.